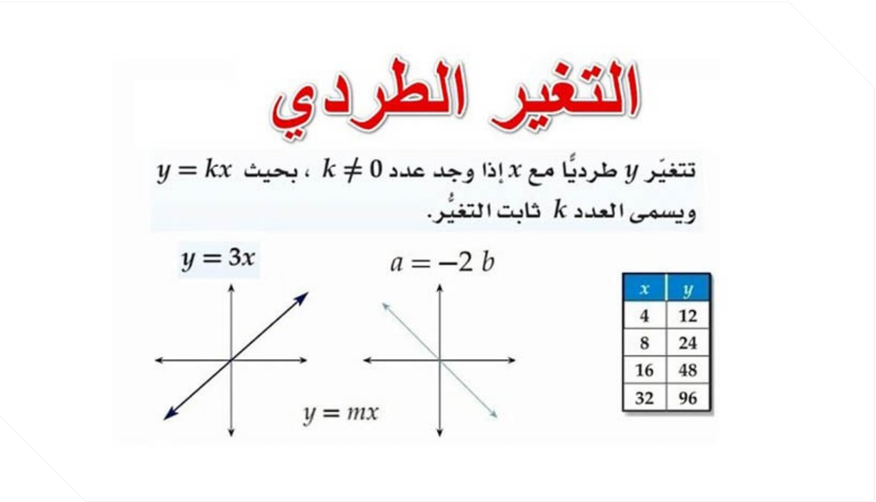
بحث عن
التغير الطردي

المادة : ....



عمل الطالب

....

الصف : ....

مقدمة

في عـالم الرياضـيات والعلـوم، غالبًـا مـا نصـادف علاقـات بين كميـتين تتغيران معًا بطريقة منتظمة ومتناسـبة. يُعـرف أحـد أبسـط وأهم هـذه العلاقــات باســم التغــير الطــردي (Direct Variation أو Direct Proportionality). يحدث التغير الطردي عندما تزداد إحدى الكميـتين بنسـبة ثابتـة كلمـا زادت الكميـة الأخـرى، أو تنقص بنسـبة ثابتـة كلمـا نقصت الكمية الأخرى. يمكن تصور هذه العلاقة على أنها ارتباط مباشر حيث يؤدي التغـير في أحـد المتغـيرين إلى تغـير مماثـل ومضـاعف في المتغــير الآخــر. إن فهم مفهــوم التغــير الطــردي وثــابت التناســب، واستيعاب تمثيله الجبري والبياني، وإدراك أهميتـه في وصـف العلاقـات المتناسبة في الرياضـيات والعلـوم والتطبيقـات اليوميـة، يمثـل أساسًـا ضــروريًا لتحليــل وفهم العديــد من الظــواهر الطبيعيــة والاقتصــادية والهندسية التي تتسم بهذه الخاصية.

لقــد لــوحظت العلاقــات المتناســبة منــذ القــدم في القيــاس والتبــادل التجاري. فكمية السلعة المشتراة تتناسب طرديًا مع ثمنها إذا كان سعر الوحدة ثابتًا. ومـع تطـور الرياضـيات، تم ت formalize مفهـوم التغـير الطردي بصـيغة جبريـة واضـحة، ممـا أتـاح اسـتخدامه كـأداة قويـة في نمذجة وتحليل العلاقات الخطية التي تمر بنقطة الأصـل. وقـد أدى فهم التغير الطردي إلى تطبيقات واسعة في الفيزياء (مثل قانون هــوك في المرونة)، والكيمياء (مثل قانون الغـازات المثـالي في ظـروف معينـة)، والاقتصــاد (مثــل العلاقــة بين العــرض والطلب في بعض الحــالات)، والهندسة (مثل تشابه الأشـكال). إن القـدرة على تحديـد مـا إذا كـانت علاقة ما تمثل تغيرًا طرديًا واستخدام ثابت التناسب للتنبؤ بـالقيم وفهم العلاقة يمثل مهارة قيمة في العديد من المجالات.

مفهوم التغير الطردي وثابت التناسب

<u>مفهوم التغير الطردي</u> (Direct Variation): نقول أن الكميـة y تتغير طرديًا مع الكمية x إذا كانت النسبة بينهمـا ثابتـة. بمعـنى آخـر، عندما تتغير x, تتغير y بنفس النسبة. إذا زادت x بمقدار معين، فـإن y تــزداد بنفس المضــاعف. وإذا نقصــت x بمقــدار معين، فــإن y تنقص بنفس المضاعف.

ثابت التناسب (Constant of Proportionality - k): النسبة الثابتة بين الكميتين المتغيرتين طرديًا تُعرف بثابت التناسب ويرمز لها عادةً بالرمز k. يمكن التعبير عن العلاقة بين y و x التي تتغير طرديًا بالصيغة الجبرية التالية: $y=kx$ حيث:

- y هو المتغير التابع.
- x هو المتغير المستقل.
- k هو ثابت التناسب ($k \neq 0$).

خصائص التغير الطردي

- **المرور بنقطة الأصل:** عندما تكون $x=0$, فإن $y=k(0)=0$. لذا، فإن التمثيل البياني للعلاقة الطردية هو خط مستقيم يمر بنقطة الأصل (0,0).
- **النسبة الثابتة:** النسبة y/x تكون دائمًا ثابتة وتساوي k ($k= y/x$).
- **زيادة مع الزيادة ونقصان مع النقصان:** إذا كان $k>0$, فإن y تزداد عندما تزداد x, وتنقص عندما تنقص x.
- **علاقة خطية:** التغير الطردي هو حالة خاصة من العلاقة الخطية حيث يكون المقطع الصادي يساوي صفرًا ($b=0$ في الصيغة $y=mx+b$).

التمثيل الجبري والبياني للتغير الطردي

- **التمثيل الجبري:** يتم تمثيل التغير الطردي بالصيغة الجبرية $y=kx$, حيث k هو ثابت التناسب. يمكن إيجاد قيمة k إذا علمنا زوجًا واحدًا من القيم المتوافقة لـ x و y ($k= y/x$). بمجرد إيجاد قيمة k, يمكن استخدام هذه الصيغة لإيجاد قيمة y لأي قيمة معطاة لـ x, أو إيجاد قيمة x لأي قيمة معطاة لـ y.
- **التمثيل البياني:** يتم تمثيل التغير الطردي بخط مستقيم يمر بنقطة الأصل (0,0). ميل هذا الخط المستقيم يساوي ثابت التناسب k. فكلما زادت قيمة k (إذا كانت موجبة)، كان الخط أكثر انحدارًا للأعلى. وكلما قلت قيمة k (إذا كانت موجبة وأقرب إلى

الصفر)، كان الخط أقل انحدارًا. وإذا كانت k سالبة، فإن الخط ينحدر للأسفل مرورًا بنقطة الأصل.

خطوات رسم التمثيل البياني للتغير الطردي:

1. **تحديد نقطة الأصل:** ابدأ برسم النقطة (0,0).
2. **استخدام ثابت التناسب:** إذا كان ثابت التناسب k عددًا صحيحًا، يمكنك اختيار قيمة صحيحة لـ x (مثل 1) وحساب قيمة y المقابلة (y=k×1=k). ثم ارسم النقطة (k,1).
3. **رسم الخط المستقيم:** ارسم خطًا مستقيمًا يمر عبر النقطتين (0,0) و (k,1). هذا الخط يمثل العلاقة الطردية y=kx.

أهمية التغير الطردي وتطبيقاته

يعد مفهوم التغير الطردي أساسيًا في فهم العلاقات المتناسبة وله تطبيقات واسعة في مختلف المجالات:

الرياضيات:

- **الدوال الخطية:** التغير الطردي هو حالة خاصة من الدوال الخطية.
- **التناسب:** يستخدم في حل مسائل التناسب المختلفة.
- **التحويلات الخطية:** بعض التحويلات الخطية يمكن تمثيلها بتغير طردي.

العلوم:

- **الفيزياء:**
  - **قانون هوك:** قوة النابض تتناسب طرديًا مع مقدار استطالته (ضمن حدود المرونة). (F=kx)
  - **قانون أوم:** فرق الجهد بين طرفي موصل يتناسب طرديًا مع شدة التيار المار فيه (عند ثبوت المقاومة). (V=IR)

- **الكتلة والكثافة والحجم:** عند ثبوت الكثافة، تتناسب الكتلة طرديًا مع الحجم. ($m=\rho V$)
- **الكيمياء:**
  - **قانون الغـازات المثـالي (في ظـروف معينـة):** الحجم يتناسب طرديًا مع درجة الحرارة المطلقة (عند ثبـوت الضـغط وعدد المولات). ($V=kT$)
  - **كمية المادة والكتلة المولية:** تتناسب كتلـة المـادة طرديًـا مع عدد مولاتها (عند ثبوت الكتلة المولية). ($m=nM$)

الاقتصاد:

- **العرض والطلب (في حالات مبسـطة):** قـد يتناسـب العـرض طرديًا مع السعر في بعض الحالات.
- **الأجور والوقت:** إذا كـان الأجـر بالسـاعة ثابتًـا، فـإن الأجـر الكلي يتناسب طرديًا مع عدد ساعات العمل.

التطبيقات اليومية:

- **كمية الوقود والمسافة المقطوعة:** إذا كـان اسـتهلاك الوقـود ثابتًا لكل كيلومتر، فإن المسافة المقطوعة تتناسب طرديًا مـع كميـة الوقود المستهلكة.
- **عدد السلع وثمنها:** إذا كان سعر الوحـدة ثابتًـا، فـإن الثمن الكلي يتناسب طرديًا مع عدد السلع المشتراة.
- **كمية الماء والوقت لملء خزان بمعدل ثابت:** تتناسـب كميـة الماء في الخزان طرديًا مع الوقت المستغرق في الملء.
- **طول ظل الجسم وطول الجسم (عند ثبوت زاوية سقوط الضوء):** يتناسب طول الظل طرديًا مع طول الجسم.

الخاتمة

يُعــد مفهــوم التغــير الطــردي من المفــاهيم الأساســية والقويــة في الرياضيات والعلوم، حيث يصف علاقات التناسب المباشــر بين كميــتين تتغيران معًا بنسبة ثابتة. من خلال فهم ثـابت التناسـب وتمثيـل العلاقـة جبريًا وبيانيًا، نكتسب القدرة على تحليـل ووصـف العديـد من الظـواهر الـتي تتسـم بهـذه الخاصـية في مختلـف المجـالات. إن بسـاطة التغـير الطردي وقدرته على نمذجة العلاقات المتناسبة تجعله أداة لا غنى عنها في فهم العالم من حولنا واتخاذ القرارات بناءً على هذه العلاقات.